



TITLE:

流体における形態形成の問題(流体方程式の解の空間的構造)

AUTHOR(S):

高木, 隆司

CITATION:

高木, 隆司. 流体における形態形成の問題(流体方程式の解の空間的構造). 数理解析研究所講究録 1991, 739: 186-196

ISSUE DATE:

1991-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/102069>

RIGHT:

流体における形態形成の問題

東京農工大学

高木隆司 (Ryuji Takaki)

§ 1. はしがき

最近、ものの形に関する研究が盛んになった。その原因としては、今世紀における原子分子という微視的な世界の研究のあと、巨視的現象への興味がふたたび高まってきたこと、および最近の電子計算機の発達が挙げられる。

研究対象とされる巨視的現象には、ベナール対流（この問題は、統計力学でも興味をもたれている）、結晶の成長形、相分離パターン（互いに溶解している2種の物質からなる系を、急冷して2つの相に分離させた際に生じるパターン）、DLA（拡散によって集まってきた物質が次々に付着して生じる乱雑な形状を持つ凝集体）、等がある。¹⁾ 広い意味では物理現象であるが、山や河などの地形がいかにより形づくられるかという問題もある。

一方、最近の物質科学の進歩に伴って、注目を浴びているものにアモルファス、種々の合金、準結晶（規則的であるが非周期的な配列をしている固体）などがある。これらは、昔から結晶学の分野で行ってきたことであるが、空間的な周期性のない場合をあつかうところが異なる。生命科学の発にともなって、生体高分子の立体構造や、生物の発生（受精卵が分裂していつて個体になるまでの過程）、発生途中や成長時における細胞配列の仕組み等に、興味が向けられ

ている。

現在急速に発達している分野に、形状認識技術がある。この分野は、まったく実学的な技術として発達してきたし、いまも個々の技術は急速に集積されているが、全体として体系的な学問にすることも今後の発展のために必要である。一方、3次元構造を計測するためには、2次元的なデータを集めて3次元構造を再構築しなければならないことがしばしばある。この再構築に関する種々の技術を体系化したものがステレオロジー (Stereology) と呼ばれる学問である。²⁾

これらの最近の情勢を反映して、日本に形の科学会という学会が誕生した。この学会は、物理学の主導によって運営されてきた研究グループと、上記のステレオロジーの関係者が合体してできたものである。その活動としては、年3回のシンポジウム、機関誌の発行 (情報交換の会誌、および論文誌の "FORMA") を行っている。³⁾

形の科学会がカバーする分野には、流体力学の問題が多数ある。1984年に日本物理学会誌で特集「パターン形成、自己組織系の物理」が企画されたが、⁴⁾ その中に取り上げられたテーマは、その半分以上が流体力学、あるいはそれに関係の深いものであった。今後、流体力学においても、形態形成という観点から動機づけられる研究活動が増えていくと思われる。本論の目的は、流体力学における形態形成の問題とは何か、という問いを一般的に論じ (§2)、さらに筆者が興味をもつテーマについて解説する (§3-4) ことである。

§ 2. 流体力学における形態形成の問題

流体力学におけるの形態形成の問題とは何か、という問いについては、詳しくは筆者と佐野による解説を参照されたい。⁵⁾ 一般に、流体力学は物理量の巨視的な空間分布を扱うから、すべての問題が形態形成に関係している。筆者の考えによれば、次のような条件を満たすものを、形態形成の問題と定義する。将来、流体力学的な内容が豊富になれば、この定義も修正される余地は十分ある。

- A. 巨視的で空間的なパターンの形成過程であること、
- B. 外部からのエネルギー注入で維持されること、
- C. 性質の異なる流体の境界線（あるいは面）の形であること。

これらの条件について、若干のコメントが必要である。Bは、非平衡熱力学における散逸構造に強く影響されている。流体中の大規模な渦構造も、流体の運動エネルギーがエネルギー源になって生じると考えれば、散逸構造の一種とみなせる。

Cを付加したのは、形を議論するからには、対象物が、何等かの性質によって境界をへだてて外部と区別されていなければならないと考えたためである。この性質の違いのれいとしては、

- C 1. 気体、液体、固体などの物性的な相の違い。

例：蒸発中の液体境界面、血栓、流れの中での結晶成長、射出成形のように急速な凝固中の形、等。

- C 2. 乱流と層流のような規則性の違い。

例：乱流斑点の全体形、せん断乱流中の大規模構造、積乱雲の形成、等。

C 3. 渦度の有る無しのような運動状態の違い:

例: ずれ層の巻き上がり、台風の発生、等。

ところで、上記のようなA, B, Cの条件をすべて満たすものに限ると、問題として扱う範囲はかなり狭くなる。一方、ベナール対流のように、流体中にはっきりとした境界がない流れでも、一般には形態形成の問題として意識されている。そこで、下記のように2つだけ満たすものも範囲に入れよう。

A & B. エネルギー注入によって維持される空間的なパターン:

例: ベナール対流、テイラー・クエット流、等。

A & C. 異なる性質を持つ流体の境界が形づくるパターン:

例: 渦の輪郭の動力学、渦糸の運動、磁性流体の表面、プラズマの閉じ込め、熱平衡にある液滴の形、等が。

以下、筆者が最近興味を持っている2, 3の例に焦点を絞って、形態形成の問題について簡単な解説を与えよう。

§ 3. 蒸発する液滴の自励振動

液体酸素、液体窒素等の液滴を室温の床に置くと、重力と表面張力の作用で平均として偏平な円盤状の液滴になるが、周囲との大きな温度差のために激しい蒸発が起き、サイズが徐々に減少していく。最初の液滴直径が5 mm位だと、液滴は決して静止していないで、特有の自励振動が起きる。この振動は、蒸発の際に放出されるエネルギーを使って、粘性やその他の摩擦効果に逆らって持続するのである。⁶⁾ このとき、液滴の厚みは一定(約1.5 mm)のままで、上から見た時の平面形が円形からずれ、大きな振幅で振動する。振動のモ

ードは、周囲に生じる波の数 n で指定でき (n -モードと呼ぶ)、振動周期 T は、半径 r と波の数 n によって決まる。

筆者らによって、扁平な液滴を浅い液体層とみなし、線形化されたオイラー方程式および適当な境界条件を用いて、 n と T の間の関係が解析され、測定と一致する結果が得られている。⁷⁾

ところで、蒸発によって平均半径 r は常に減少し、それにつれて周期 T も減少したが、その傾向は永続せず、ある時突然振動の様子が変化し、短い乱雑な運動の後で小さい n の値をもつモードに転移した。図1は、液体酸素についての1回の実験でこの転移の様子を表したもので、半径 r は単調に減少するが、ときどき n が減少し、振動周期を一定値 (約30msec) に保とうとする傾向があったことがわかる。

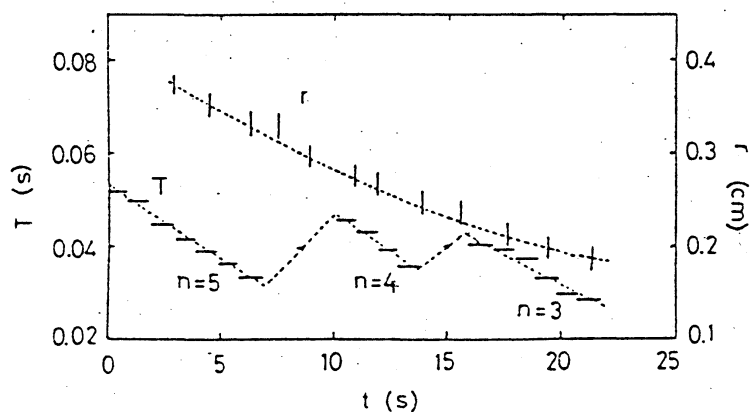


図1. 液体 O_2 の自励振動における、半径 r と振動周期 T の変化。

(1回の実験)。 n はモード数。(文献6より)

不思議なことに、液体酸素では、モードの変化は5、4、3、2と、 n が1つずつ減少したが、液体窒素では5-モードから3-モードへとジャンプし、4-モードは決して現れなかった。また、2-モードは、ほんの短時間ながら出現が認められた。液体アルゴンでも試みたが、この場合は液体酸素の場合に似て、4-モードが現れた。このように、物質によって巨視的な運動状態に定性的な差異があることは、表面張力係数、潜熱、沸点の違いを考慮してもまだ満足のいく解釈は得られていない。

筆者らは、振動の様子を撮影した16mmフィルムの画像を、ビデオカメラにより2値化して解析した。⁸⁾ その結果によれば、モードが移り変わる短い間に、いくつかのモードが共存して現れ、それらが非線形相互作用をしていることがわかった。このモード間の相互作用を考察するために、モデル方程式としてマチュー方程式を採用し、それに減衰項と非線形項を追加して計算機シミュレーションを行った。その結果、時間が経つにつれて確かにモードの変化が起きること、わずかのパラメーター値の差でモード変化の様子に大きな差異が生じることがわかった。⁸⁾ この差異が、液体酸素と液体窒素の振動様式の差に対応するという可能性もあるが、物質による振動様式の違いは、まだ未解決の問題と見なすべきである。

この自励振動の周囲温度依存性が、最近筆者らによって測定された。-50度から130度の範囲で、依存性はないが、それ以上だと秩序ある振動はするものの、モードの現れ方が不規則になることがわかった(図2)。

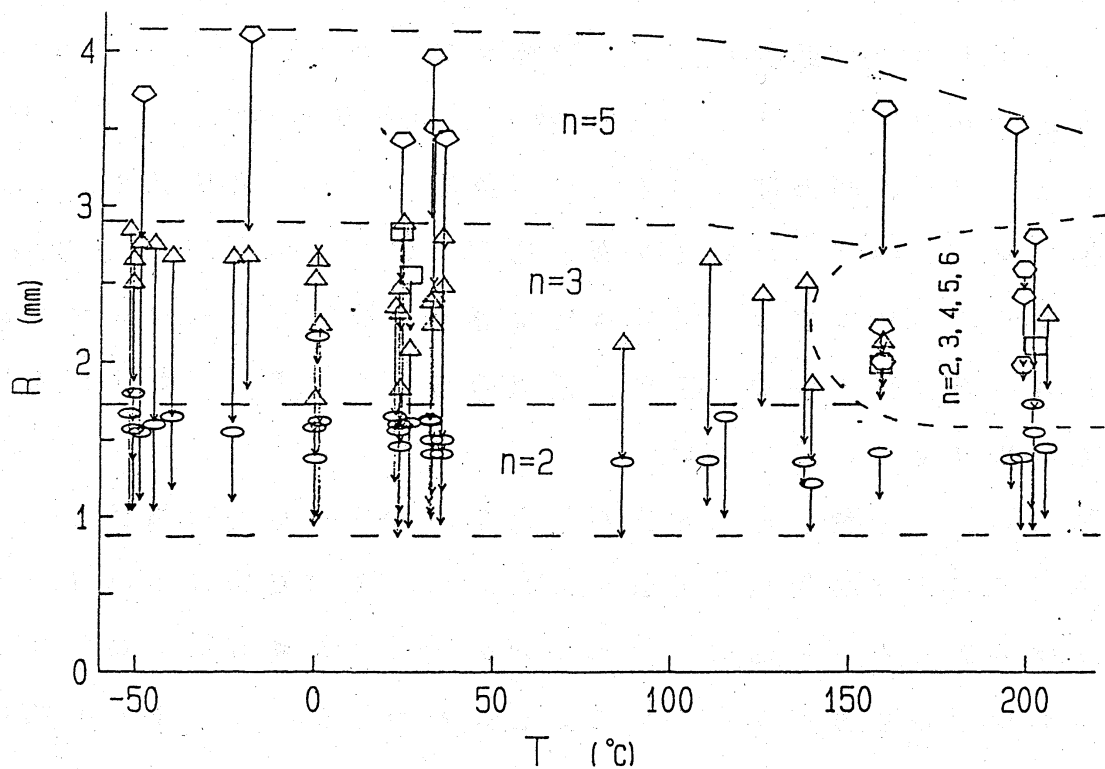


図 2. いろいろな周囲温度におけるモード転移の様子。各記号は、モードの数を表す（5 角形は 5 - モード、等）。

§ 4. 化学反応している液体界面の自励振動

水溶液および油性の溶液の境界面で、両側の液体に解けている物質が化学反応し、その生成物が界面張力に影響を与える場合、一種の不安定性によって境界面に波が生じることが観察されている。⁸⁾ この現象は、マランゴーニ効果として、昔から知られているものの一種と考えられ、動的な形態形成の興味ある問題の一つである。

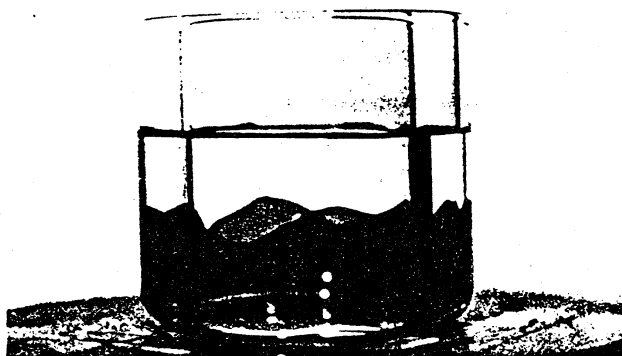


図 3. 化学反応する液体界面に起きる進行波（文献 9 より）。

図 3 は、2 重円筒の間の空間で、下側に油性溶液（ニトロベンゼンによる素とよう化カリを溶かしたものの）、上側に水溶液（水にある種の界面活性剤を溶かしたもの）を入れたものである。図からわかるように、界面にかなり大振幅の波がたっている。この波は、進行波であり、一定の速さで円筒に沿って回る。

界面においては、界面活性剤とよう素イオンとが化合し、そのために界面張力が変化する。一方、界面活性剤が流体運動と拡散によって境界に供給されるので、流体の慣性と表面張力の変化が組み合わせが駆動力となって、界面に波動が起きると考えられる。

この現象に対して、流体力学を基にして解析した例はまだ無いようである。最近、筆者らは、界面張力係数と運動状態の間に簡単な仮定をして、この波動現象を解析した。その結果によれば、水平な界面の線形安定性を調べると、常に安定であった。これは、二重円筒の壁の存在のために、強い粘性が働いているためである。2 倍波

を考慮した弱非線形安定理論によれば、基本波よりも2倍波の方が振幅が大きくなり、この理論には無理があることが示された。そこで、浅水波の近似を導入して、長波長の波の解析をしてみると、定性的に実験と一致する結果が得られた。¹⁰⁾

§ 5. 流体力学におけるその他の問題

流体力学における形態形成の問題は、上に挙げたものに限らず、まだ豊富に存在する。それらには、昔から研究されてきて最近注目を浴びているもの、最近研究され始めたものがある。

テイラー・クエット流は、前者の代表であろう。これについては、いまさら詳しく解説する必要もないので、解説をひとつ紹介しておく。¹¹⁾

乱流斑点も、ずれ流れの中で乱流領域が形づくり、相似形を保って成長する形態という点で興味ある問題である。この秩序ある形も、やはりずれというエネルギー源があるために、秩序を壊す働きを持つ乱流の存在にも関わらず現れるものである。¹²⁾

2つの異なる速度を持つ流れの境界面は、混合層、あるいはせん断層と呼ばれるが、この層に渦列が形成されることは、よく知られている。この渦列の秩序は、両側の速度差をエネルギー源として維持される。最近、筆者らによって、統計力学の類推による渦間隔分布の導出がなされた。完全流体について成り立つ渦の配置のハミルトニアンを用い、そのうちで、最近接の渦同士の相互作用のみが重要と仮定する。それ以外の効果を、便宜的に導入した温度に押し込めてしまい、渦間隔分布がボルツマン因子に比例すると仮定すると、渦間隔 ξ の分布 P は、下記のように指数分布で表される。

$$P(\xi) = C \xi^{\beta} \exp(-(\beta + 1)\xi),$$

ただし、 C は規格化の因数、 β は定数で、実験結果との比較によって求まる。これは、実験データとよくあっている。ただし、他の分布関数でもよく合うので、決定的なことは言えない。

ヴィスカス・フィンガーという現象がある。2枚の平板の間で2種類の流体をいれ、低い粘性率の流体を上流側において圧力をかけると、低粘性の流体が高粘性側に割り込んできて、全体として樹枝状の形ができる。この様子は、DLAと酷似している。これは、流体现象が形態形成の諸問題と密接に関係することを示すよい例である。

個別の現象による分類以外に、解析の方法論として興味ある話題にフラクタルがある。最近、乱流の性質を表す1つの指標と見なされてるようになった。流体现象へのフラクタルの応用については、他の解説を参照されたい。¹⁵⁾

以上紹介したもののほかにも、凝固や溶解に際して現れる形、流れの中の結晶成長、等、まだまだ多くのトピックスが有る。この方面の研究が盛んになることを願ってやまない。

参 考 文 献

- 1) 川崎恭治、他編：基研研究会「パターン形成、運動および統計」物性研究, 49-1 (1987-10) 1-156.
- 2) 諏訪紀夫：計量形態学 (岩波書店, 1977) .
- 3) 学会主催の国際会議報告集として、Ishizaka, S., Kato, Y., Takaki, R. & Toriwaki, J., ed.: Proc. 1st Int. Symp. Science on Form (KTK Publ. Co., Reidel, 1986).
- 4) 今田正俊、etal. (企画)：特集「パターン形成、自己組織系の物理」, 日本物理学会誌、39(1984)705-784.
- 5) 高木隆司、佐野 理：“流体の形態形成に関する諸問題”，ながれ，7(1988)212.
- 6) Adachi, K. & Takaki, R.: J. Phys. Soc. Jpn., 53(1984)4184.
- 7) Takaki, R. & Adachi, K.: J. Phys. Soc. Jpn., 54(1985)2462.
- 8) Takaki, R., Katsu, A., Arai, Y. & Adachi, K.: J. Phys. Soc. Jpn., 58(1989)129.
- 9) Kai, S. and Muller, S.C.: Science on Form, 1(1985)9.
- 10) Takaki, R. & Sannomiya, K.: to appear in FORMA (1989).
- 11) Swinney, H.L. & Gollub, J.P.: Topics in Applied Physics Vol. 45 (Springer Verlag, 1981).
- 12) Emmons, H.W.: J. Aero. Sci. 18(1951)490.
- 13) Brown, G. & Roshko, A.: J. Fluid Mech. 64(1974)775.
- 14) Homsy, G.M.: "Viscous Fingering in Porous Media", Ann. Rev. Fluid Mech. 19(1987)271.
- 15) Turcotte, D.L.: "Fractals in Fluid Mechanics", Ann. Rev. Fluid Mech. 20(1988)5.